

Descrivere il flusso del vettore campo elettrico attraverso una superficie (teorema di Gauss)

Il flusso $\phi(\vec{E})$ di un campo elettrico uniforme \vec{E} attraverso la superficie piana orientata \vec{S} è una grandezza scalare, ed è dato dalla relazione $\phi(\vec{E}) = \vec{E} \cdot \vec{S}$, dove il prodotto “ \cdot ” rappresenta il « prodotto scalare ». Il flusso si calcola quindi con $\phi(\vec{E}) = ES \cos \alpha$, con α che è l'angolo tra il vettore \vec{E} e la perpendicolare alla superficie S.

Per dimostrare matematicamente il teorema di Gauss per il campo elettrico, si consideri il caso particolare di campo generato da un'unica particella carica positiva posta al centro di una superficie sferica. Per calcolare il flusso del campo elettrico generato dalla particella carica attraverso la superficie sferica, si pensi di dividere la superficie in elementi talmente piccoli da poter considerare l'elemento di superficie perpendicolare al vettore campo elettrico. Considerando la somma di tutti i flussi su tutti gli elementi di superficie, si avrà

$$\phi(\vec{E}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Il Teorema di Gauss, qui dimostrato per un caso particolare, è valido in generale: il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa è direttamente proporzionale alla carica totale

contenuta nella superficie: $\phi(\vec{E}) = \frac{\sum_{k=1}^n q_k}{\epsilon_0}$.